

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ШАРИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ ПРИ РАСЧЕТЕ МНОГООПОРНЫХ УЗЛОВ КАЧЕНИЯ

С.П.Елизаров, канд. техн. наук, В.А.Артемов, канд. техн. наук,
О. Я. Савченко, канд. техн. наук.
Одесский государственный аграрный университет

Определены коэффициенты жесткости в контакте тел качения с кольцами в шариковых подшипниках, необходимые при расчете многоопорных узлов, включающих подшипники этого типа.

ВСТУПЛЕНИЕ

Основным этапом расчета любого подшипникового узла является определение нагрузок, действующих на его элементы. при этом метод расчета считается тем точнее, чем точнее найдено распределение нагрузок по телам качения в подшипниках. Это распределение можно найти с необходимой точностью, если известны внешние силы и моменты, действующие на каждый подшипник в узле. Для их определения используется система уравнений, для решения которой нужно знать жесткостные характеристики в точках контакта тел качения с кольцами подшипников.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Определение жесткостных характеристик проводилось на основании известных зависимостей для шариковых подшипников путем их расширения с учетом общего случая нагружения.

В работе [1] получена система уравнений для определения нагрузок и деформаций в подшипниковом узле качения, состоящем из произвольного числа подшипников качения, именно

$$\left\{ \begin{array}{l} F_x = \sum_k c_k \cdot (\sigma_{11}^{(k)} \cdot f_{xyk}^{n_k} + \sigma_{12}^{(k)} \cdot f_{yxk}^{n_k} + \sigma_{13}^{(k)} \cdot f_{zxyk}^{n_k}) \\ F_y = \sum_k c_k \cdot (\sigma_{21}^{(k)} \cdot f_{xyk}^{n_k} + \sigma_{22}^{(k)} \cdot f_{yxk}^{n_k} + \sigma_{23}^{(k)} \cdot f_{zxyk}^{n_k}) \\ F_z = \sum_k c_k \cdot (\sigma_{31}^{(k)} \cdot f_{xyk}^{n_k} + \sigma_{32}^{(k)} \cdot f_{yxk}^{n_k} + \sigma_{33}^{(k)} \cdot f_{zxyk}^{n_k}) \\ M_x = \sum_k \left\{ c_k \cdot (y_k - z_k \cdot \cos \psi_k \cdot \operatorname{ctg} \beta_k) \cdot [\sigma_{31}^{(k)} \cdot f_{xyk}^{n_k} + \sigma_{32}^{(k)} \cdot f_{yxk}^{n_k} + \sigma_{33}^{(k)} \cdot f_{zxyk}^{n_k}] + \alpha_k \cdot \theta_k \cdot \cos \psi_k \right\} \\ M_y = \sum_k \left\{ c_k \cdot (z_k \cdot \sin \psi_k \cdot \operatorname{ctg} \beta_k - x_k) \cdot [\sigma_{31}^{(k)} \cdot f_{xyk}^{n_k} + \sigma_{32}^{(k)} \cdot f_{yxk}^{n_k} + \sigma_{33}^{(k)} \cdot f_{zxyk}^{n_k}] - \alpha_k \cdot \theta_k \cdot \sin \psi_k \right\} \end{array} \right. \quad (1)$$

где приведенные перемещения точек контакта тел качения с кольцами

ПОДШИПНИКОВ

$$f_{xyk} = f_x + \varphi_y \cdot z_k, \quad f_{yxk} = f_y - \varphi_x \cdot z_k, \quad f_{zxyk} = f_z + \varphi_x \cdot y_k - \varphi_y \cdot x_k,$$

$\sigma_{ij}^{(k)}$ - коэффициенты, зависящие от координатных углов тел качения ψ_k и их углов контакта β_k , θ_k - приведенный угол перекоса,

$$\sigma_{11}^{(k)} = \chi_k \cdot \sin^{n_k+1} \psi_k, \quad \sigma_{12}^{(k)} = \chi_k \cdot \cos^{n_k} \psi_k \cdot \sin \psi_k, \quad \sigma_{13}^{(k)} = \lambda_k \cdot \sin \psi_k \cdot \text{ctg} \beta_k$$

$$\sigma_{2j}^{(k)} = \sigma_{1j}^{(k)} \cdot \text{ctg} \psi_k \quad \text{и} \quad \sigma_{3j}^{(k)} = \sigma_{1j}^{(k)} \cdot \text{tg} \beta_k \cdot \text{cosec} \psi_k \quad j = 1, 2, 3 \quad (2)$$

Приведенный угол перекоса $\theta_k = \varphi_x \cdot \cos \psi_k - \varphi_y \cdot \sin \psi_k$.

С учетом этого систему уравнений (1) можно переписать в более компактном виде

$$\Phi_i = \sum_{k=1}^N c_k \cdot A_{ik} - F_i = 0, \quad i = 1, \dots, 5 \quad (3)$$

где N - общее число нагруженных тел качения, A_{ik} - приведенное упругое перемещение k -той опоры в выбранной системе координат, F_i - внешние нагрузки. Приведенные перемещения определяются по соотношениям

$$A_{ik} = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij}^{(k)} \cdot \delta_{jk}^{n_k}, \quad i = 1, 2, 3; \quad A_{4k} = \delta_{4k} \cdot A_{3k} + \frac{\alpha_k \cdot \theta_k \cdot \cos \psi_k}{c_k};$$

$$A_{5k} = \delta_{5k} \cdot A_{3k} - \frac{\alpha_k \cdot \theta_k \cdot \sin \psi_k}{c_k}, \quad \text{при этом}$$

$$\delta_{1k} = \delta_{xk} = f_{xyk}, \quad \delta_{2k} = \delta_{yk} = f_{yxk},$$

$$\delta_{3k} = \delta_{zk} = f_{zxyk}, \quad \delta_{4k} = y_k - z_k \cdot \cos \psi_k \cdot \text{ctg} \beta_k, \quad (4)$$

$$\delta_{5k} = z_k \cdot \sin \psi_k \cdot \text{ctg} \beta_k - x_k,$$

$$F_1 = F_x, \quad F_2 = F_y, \quad F_3 = F_z, \quad F_4 = M_x, \quad F_5 = M_y.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Определим значения коэффициентов c_k , χ_k и λ_k , входящих в систему уравнений (1) для шарикоподшипников. В случае точечного контакта тел качения, полагая эпюру давлений в нем симметричной, имеем $n_k = 1,5$; $\alpha_{xk} = \alpha_{yk} = \alpha_{zk} = 0$. Для радиально-упорного одинарного подшипника нагруженного осевой силой F_z (рис. 1) связь рабочего угла контакта $\beta_k = \beta = \text{const}$ и упругого смещения δ_z устанавливается формулой [2]:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_0 + \frac{\delta_z}{\zeta \cdot D_{\sigma} \cdot \cos \beta_0}, \quad (5)$$

где β_0 - начальный угол контакта, ζ - развал дорожек качения, D_{σ} - диаметр шарика. Последнюю формулу представим в виде:

$$\delta_z = \zeta \cdot D_{\sigma} \cdot \sin \beta \cdot \left(\frac{\cos \beta_0}{\cos \beta} - \frac{\sin \beta_0}{\sin \beta} \right) \quad (6)$$

Между силой F_z и параметрами подшипника существует зависимость:

$$F_z = c^* \cdot \sin \beta \cdot \left(\frac{\cos \beta_0}{\cos \beta} - 1 \right)^{1,5},$$

(7)

а между силовой c^* и упругой c_{δ} характеристиками шарикового подшипника с z_{σ} шариками в комплекте [2] - $c^* = c_{\delta} \cdot z_{\sigma} \cdot (\zeta \cdot D_{\sigma})^{1,5}$. С учетом этого после преобразований выражений (6) и (7) получаем

$$F_z = c_{\delta} \cdot z_{\sigma} \cdot \sin \beta \left[\frac{\cos \beta_0 - \cos \beta}{\sin(\beta - \beta_0)} \right]^{1,5} \cdot \delta_z^{1,5}.$$

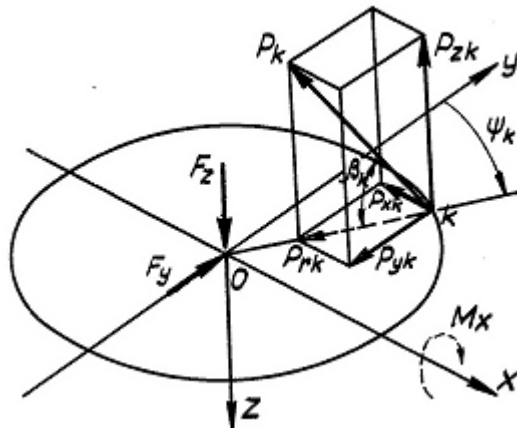


Рис. 1. Схема нагружения радиально-упорного подшипника

Осевая составляющая реакций шариков в случае их равной нагруженности

$$P_{zk} = \frac{F_z}{z_{\sigma}} = c_{\delta} \cdot \sin \beta \cdot \left[\frac{\cos \beta_0 - \cos \beta}{\sin(\beta - \beta_0)} \right]^{1,5} \cdot \delta_z^{1,5}.$$

Реакция шарика, имеющего линейную жесткость $c_{\delta k}$ с начальным β_{0k} и рабочим β_k углами контакта и упругим смещением δ_{zk} по оси z

$$P_{zk} = c_{zk} \cdot \delta_{zk}^{1,5},$$

где c_{zk} - коэффициент осевой жесткости в точке, соответствующей k -той опоре, который определяется по зависимости:

$$c_{zk} = c_{\delta k} \cdot \sin \beta_k \cdot \left[\frac{\cos \beta_{ok} - \cos \beta_k}{\sin(\beta_k - \beta_{ok})} \right]^{1,5} \quad (8)$$

Аналогично находится коэффициент радиальной жесткости c_{rk} . Для этого в выражение (8) вместо углов β_k и β_{ok} необходимо подставить соответственно углы $\frac{\pi}{2} - \beta_k$ и $\frac{\pi}{2} - \beta_{ok}$. В результате определим

$$c_{rk} = c_{\delta k} \cdot \cos \beta_k \cdot \left[\frac{\sin \beta_{ok} - \sin \beta_k}{\sin(\beta_{ok} - \sin \beta_k)} \right]^{1,5}$$

Подставляя полученные зависимости радиальной и осевой жесткости в выражения для C_{xk} , C_{yk} , C_{zk} [1], получим

$$\lambda_k = \sin \beta_k \cdot \left[\frac{\cos \beta_{ok} - \cos \beta_k}{\sin(\beta_k - \beta_{ok})} \right]^{1,5}, \quad \chi_k = \cos \beta_k \cdot \left[\frac{\sin \beta_{ok} - \sin \beta_k}{\sin(\beta_{ok} - \sin \beta_k)} \right]^{1,5} \quad \text{и} \quad c_k = c_{\delta k}.$$

Таким образом, для точечного контакта коэффициент c_k , входящий в систему уравнений (3), равен упругой характеристике контакта и вычисляется по формуле [2]:

$$c_{\delta k} = \frac{D_{\sigma}^{0,5}}{(c_n + c_e)^{1,5}},$$

где c_n и c_e - коэффициенты, зависящие от геометрических параметров подшипника.

Рабочий угол контакта β_k в радиально-упорном шарикоподшипнике не является постоянным и зависит от смещения его колец друг относительно друга. В работе [2] получена зависимость для вычисления β_k для такого подшипника (рис. 1), нагруженного осевой F_z и радиальной F_y силами и моментом M_x .

$$\operatorname{tg} \beta_k = \frac{\sin \beta_0 + (f_z + r \cdot \varphi_x \cdot \cos \psi_k) / \zeta \cdot D_{\sigma}}{\cos \beta_0 + f_y \cdot \cos \psi_k / \zeta \cdot D_{\sigma}}, \quad (9)$$

в которой r - радиус окружности, проходящей через центры кривизны тороидальной поверхности внутреннего кольца.

Преобразуем формулу (9) для случая, когда подшипниковый узел нагружен произвольной системой сил. При этом поворот вала считаем положительным, если они осуществляются по часовой стрелке при наблюдении с конца соответствующей оси. Определим для k -той опоры смещения в осевом и радиальном направлениях на основании зависимостей (1) и (4)

$$\delta_{zk} = f_{zyk}, \quad \delta_{rk} = f_{yxk} \cdot \cos \psi_k + f_{xyk} \cdot \sin \psi_k.$$

С учетом этого

$$\operatorname{tg} \beta_k = \frac{\zeta_k \cdot D_{\sigma k} \cdot \sin \beta_{0k} + f_z + \varphi_x \cdot y_k - \varphi_y \cdot x_k}{\zeta_k \cdot D_{\sigma k} \cdot \cos \beta_{0k} + (f_y - \varphi_x \cdot z_k) \cdot \cos \psi_k + (f_x + \varphi_y \cdot z_k) \cdot \sin \psi_k}.$$

При уточненном расчете перемещения δ_{zk} и δ_{rk} можно также записать с учетом соотношений поправок [1].

ВЫВОДЫ

Определены коэффициенты жесткости в контакте тел качения с кольцами в шариковых подшипниках, необходимые при расчете многоопорных узлов, включающих подшипники этого типа.

Полученные зависимости позволяют определить жесткостные характеристики точечного контакта в подшипнике качения, а также углы контакта в общем случае нагружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Елизаров С.П., Артемов В.А., Савченко О.Я. Расчет нагрузок и деформаций в многоопорных узлах качения // Аграрний вісник Причорномор'я. – 2007, №40. – С. 98-104.
2. Ковалев М.П., Народецкий М.З. Расчет высокоточных шариковых подшипников. - М.: Машиностроение.-1980.-373 с.

ВИЗНАЧЕННЯ ЖОРСТКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШАРИКОВИХ ПІДШИПНИКІВ ПРИ РОЗРАХУНКУ БАГАТООПОРНИХ ВУЗЛІВ КОЧЕННЯ

С.П. Єлізаров, В.А. Артемов, О.Я. Савченко

Анотація

Определены коэффициенты жесткости в контакте тел качения с кольцами в шариковых подшипниках, необходимые при расчете многоопорных узлов, включающих подшипники этого типа.

DETERMINATION OF STIFFNESS CHARACTERISTICS OF BALL BEARINGS WHEN CALCULATING MULTISUPPORT ROLLING ELEMENT BEARINGS

S. P. Yelizarov, V. A. Artemov O. J. Savchenko

Summary

Coefficients of stiffness are determined for contacts of rolling elements with rings in ball bearings, needed when calculating multisupport arrangements including bearings of this kind.