

ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМУМУ ПРИ ВИКОРИСТАННІ МОДЕЛЕЙ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

С.В. Котенко, О.П. Дяченко, О.С. Матвієнко

Одеський державний аграрний університет

Ключові слова: оптимум, модель, лінійне програмування

Анотація. Показана неможливість знаходження глобального екстремуму методами лінійного програмування.

Вступ. Фундамент теорії оптимального планування економіки в нашій країні заклали праці Канторовича [1]. До кінця 80-х років ця теорія широко використовувалася в практиці планування економічного розвитку. Основні ідеї теорії оптимального планування висловлені в монографії "Економічний розрахунок якнайкращого використання ресурсів" (1959, 1960). Стрижнем цієї книги було формулювання основної задачі виробничого планування і динамічної задачі оптимального планування. В основі цих задач лежала схема лінійного програмування, тобто аналітичний апарат і набір обчислювальних засобів, частину яких запропонував сам Канторович. В цій роботі їм були сформульовані ідеї по «ідеальній» організації соціалістичної економіки для досягнення високої ефективності у використанні ресурсів. В основі запропонованого Канторовичем формулювання оптимальних цін лежало розуміння цін і плану як єдиного цілого, частин єдиної системи. Оптимальні ціни Канторович назвав об'єктивно обумовленими оцінками, щоб підкреслити вже в назві, що ці ціни відображають сукупність умов, при яких складався оптимальний план. Своїм трактуванням об'єктивно обумовлених оцінок Канторович заклав основи оптимізаційного економіко-математичного аналізу фундаментальних економічних проблем, у тому числі ефективності капітальних вкладень, нової техніки, госпрозрахунку, економічної оцінки природних ресурсів, раціонального використання праці. Обмеження можливостей обчислювальної техніки та методів Канторовича призвело до зосередження його в дослідженні моделей малого розмірності (одно - і двох - продуктових).

Аналіз останніх досліджень. Обмеження методу призвело до спроб формулювання динамічних задач оптимального планування. Формулюванню динамічних задач оптимального планування була присвячена ключова робота Канторовича в цій області "Динамічна модель оптимального планування", що вийшла в 1964 році. В наступному, 1965 року вона була перевидана під назвою "Оптимальні моделі перспективного планування". В цій книзі були вказані найважливіші напрями розширення і вдосконалення основної схеми динамічної моделі і намічені шляхи її практичного використання. Тут Канторович показав, як в економічну модель вводяться елементи нелінійності і дискретності і яку роль вони грають в більш точному обліку економічної реальності, а також при математичному аналізі відповідних моделей.

Лінійне програмування займається пошуком допустимого рішення, що оптимізує лінійну цільову функцію. Задача лінійного програмування - це математична модель, що має наступні властивості:

1. Лінійність цільової функції, яку необхідно максимізувати або мінімізувати.
2. Лінійність обмежень, кожне з яких є нерівності або рівність.

Вивчаючи розглянуті приклади моделей лінійного програмування, можна переконатися, що їх створення зводиться до розумної і ретельної специфікації складових моделі (змінних рішення, обмежень, цільової функції і т.д.) відповідно до символічної лінійної оптимізаційної моделі.

«Розумна специфікація» - словосполучення, що майже тотожне словосполученню «творчий підхід». На етапі постановки задачі ми знову маємо можливість зіткнутись з недостатньою формалізацією цієї постановки, в усякому разі за межею області перевірених практикою стандартних моделей. І нашу тезу про недостатню формалізацію знає фахівці - Джеффри Мур та Ларі Р. Уедерфорд в своїй відомій праці [2] присвяченій економічному моделюванню, у розділі з інтригуючою назвою «Лінійна оптимізація» підтверджують та-

кими словами: «Проте у формуванні моделей ЛП є свої пастки, яких слід уникати. Розглянемо деякі помилки, часто що зустрічаються при створенні моделей. Як завжди при моделюванні, не слід відразу надмірно деталізувати модель, оскільки тоді важко сформулювати цілісну і злагожену модель. Тому краще почати з формування мінімально достатньої кількості змінних і обмежень. Згодом можна ускладнити спочатку просту модель, додавши додаткові змінні і обмеження. Не слід (принаймні на початкових етапах) включати в модель нелінійні залежності. Прагніть використовувати лінійні рівняння, для чого можна у вузькому діапазоні значень змінних (заданому за допомогою додаткових обмежень) апроксимувати складніші нелінійні зв'язки лінійною залежністю. Якщо ж в модель необхідно включити якісь нелінійні зв'язки, краще спочатку розробити спрощену лінійну модель, а нелінійні зв'язки додати пізніше. Помітимо, що деякі нелінійні зв'язки можна достатньо просто перетворити в лінійні, не втративши спільності моделі.»

Апроксимація будь-яких залежностей, а тим більш «складних нелінійних зв'язків лінійною залежністю» повинна провадитися за певних гарантованих умов – наприклад нерозривності, гладкості т. ін. функцій, що підлягають апроксимації [3, 4, 5]. Розробка моделі в декілька етапів взагалі викликає подив. Подібна «шматкова неперервність», еклектичність в побудові моделей, ставить під сумнів наукову виваженість подібних методів.

Але найбільш цікавим є наступна теза, котра підтверджує саму ефемерність думки про пошук глобального екстремуму цільової функції: Включення в модель обмеження у вигляді рівності збільшує ризик одержати занадто обмежену модель, в результаті оптимізації якій вийдуть рішення з низьким вирашем, а у гіршому разі допустимих рішень може не виявитися зовсім.

У такому разі створюється прогноз, що само реалізується, оскільки рішення задачі визначено до проведення оптимізації. В результаті неможливо взнати, чи правильні були інтуїтивні міркування.

Строгість методології підкреслена цими словами про присутність в ній «інтуїтивних міркувань».

У книзі [2] зустрінемося безліч бізнес-моделей, в результаті аналізу яких виходять "оптимальні" рішення. Це звучить дуже обнадійливо - що може бути краще за "оптимальне" рішення? Проте не слід помилятися, в даному випадку назва не зовсім точно відображає поняття, що лежать в її основі.

Оптимальне рішення дає якнайкращу відповідь для абстрактної задачі, сформульованої в моделі. Але чи буде це рішення кращою відповіддю в реальній ситуації, для якої створювалася модель? На це питання необхідно відповісти до того, як реалізувати рекомендації моделі. Завжди доводиться ухвалювати рішення про те, чи слід реалізовувати конкретну рекомендацію, але якість цього рішення значною мірою залежатиме від того, наскільки чітко менеджер бачить взаємозв'язок між моделлю і реальною ситуацією, яку вона відображає [2].

Що може бути точнішим: якість прийнятих за цією методологією рішень залежать від погляду, вправності, мистецтва експерта – менеджера.

Результати досліджень. Вживання моделювання в процесі ухвалення реальних рішень можна розділити на чотири етапи.

Три етапи моделювання (вивчення середовища, формалізація задачі і побудова моделі), яким відповідає процес відбору реальних управлінських ситуацій, їх узагальнення і формалізація і подальша розробка математичних закономірностей символічної моделі.

Аналіз моделі з метою отримання результатів, тобто "рішення" моделі - виконання обчислень і інших необхідних дій.

Інтерпретація і перевірка адекватності результатів моделювання, щоб переконатися, що інформація, одержана в результаті аналізу моделі, прийнятна в контексті початкової реальної ситуації.

Реалізація, тобто вживання нових знань, одержаних з інтерпретації результатів моделювання, для ухвалення рішень в реальних ситуаціях.

Як і при побудові моделей, перераховані чотири етапи практично ніколи не виконуються строго послідовно. Менеджери реалізують їх методом ітерацій, принаймні перші три етапи. За методом ітерацій будується модель. Потім вона аналізується з метою отри-

мання результатів; результати критично інтерпретуються, щоб одержати рекомендації, які часто не витримують найпростішої перевірки: чи відповідають одержані результати і рекомендації елементарному здоровому глузду?

В процесі моделювання етап аналізу моделі є науковим в тому значенні, що для отримання раціональних висновків застосовуються логіка і обчислення, проте у всьому іншому простежується суб'єктивний вплив менеджера. Модель слід використовувати в тому випадку, якщо з її допомогою ухвалюються більш вдалі рішення, ніж без неї. Успішне (і творче) використання моделей значною мірою засновано на думках і інтуїції менеджера.

Інтуїція грає важливу роль в усвідомленні проблеми і створенні моделі. Спочатку потрібно визначити, де можна застосувати кількісну модель, тобто, перш ніж вкладати засоби в процес моделювання, необхідно інтуїтивно відчувати, що суть ситуації можна описати за допомогою моделі і одержати корисний результат.

Інтуїція не менше важлива при інтерпретації і реалізації рішення. Не дивлячись на те що в ході аналізу багатьох запропонованих моделей виходять "оптимальні" рішення, важливо розуміти, що такі рішення є оптимальними для формальних абстракцій, але вони можуть і не бути такими в реальній ситуації.

Висновки. Термін "оптимальність" відноситься до моделей, а не до реальності. Те, що оптимальне в моделі, зовсім не завжди оптимальне в реальному житті. Таким чином, підтверджено декілька тез:

- Методологія ЛП окрім окремих випадків є нестрогою з математичної і методологічної точки зору.
- Використання терміну «оптимізація» для ЛП є невиправданим, оскільки йде мова про знаходження значення цільової функції не гіршого за взятого при випадкових початкових умовах і напевно не про пошук глобального екстремуму.
- Досягнення глобального екстремуму подібними методами не гарантовано.

Література

1. Канторович Л. В. Экономический расчёт наилучшего использования ресурсов / Канторович Л. В. – М., 1959. – 213 с.
2. Мур Дж. Экономическое моделирование в Microsoft Office Excel / Мур Дж., Уэдерфорд Л. Р. – Вільямс, 2003, 6-е изд. – 245 с.
3. Checkland P. Towards a system-based methodology for real-world problem solving// Journal of System Engineering – 1972. - №3. – С. 23–26
4. Бинкин Б. А. Эффективность управления: наука и практика / Бинкин Б. А., Черняк В. И. – М.: Наука, 1982. – 143 с.
5. Черняк Ю.И. Системный анализ в управлении экономикой / Черняк Ю.И. – М.: Экономика, 1975. – 191 с.

Котенко С.В., Дяченко А.П., Матвеев А.С. **Нахождение оптимума при использовании моделей линейного программирования**

Аннотация. Рассмотрена невозможность нахождения глобального экстремума методами линейного программирования.

Ключевые слова: оптимум, модель, линейное программирование.

Kotenko S.V., Diachenko O.P., Matviienko O.S. **Solving for the optimum at the use of models of the linear programming**

Summary. Solving for the optimum at the use of models of the linear programming is impossible.

Key words: optimum, model, linear programming.