

ІНЖЕНЕРНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ОДНОРЯДНИХ ПІДШИПНИКІВ КОЧЕННЯ

С.П. Єлізаров, канд. техн. наук, **О.Я. Савченко**, канд. техн. наук,
І.О. Фільоник, інж.

Одеський державний аграрний університет

Виведені залежності, які дають можливість визначати деформації та розподіл навантажень в однорядних підшипниках кочення з потрібною точністю і невеликими витратами часу.

Ключові слова: підшипник кочення, розподіл навантажень, радіальний підшипник, радіально-упорний підшипник, вісьовий зсув кільця, кут контакту, ітераційний процес.

Вступ: Основним етапом розрахунку будь-якого підшипникового вузла є визначення навантажень, що діють на його елементи, при цьому метод розрахунку вважається тим точніше, чим точніше знайдений розподіл навантажень по тілах кочення в підшипниках. Цей розподіл можна знайти з необхідною точністю, якщо відомі зовнішні сили і моменти, що діють на кожен підшипник у вузлі. Для їх визначення використовується система рівнянь, враховуючих зовнішні силові фактори і жорсткісні характеристики підшипників і валу який підтримується.

Проблема: Визначити точно ресурс роботи підшипника неможливо, якщо розподіл навантажень у ньому невідомий.

Аналіз останніх досліджень та публікацій: В сучасних довідниках, підручниках і учбово-науковій літературі приводяться спрощені залежності для розрахунку підшипників, які часто дають занадто неточні результати. Використання ж точних методів розрахунку потребує спеціальних комп'ютерних програм, спеціальної підготовки та значних витрат часу.

Мета досліджень: На підставі відомої системи рівнянь для розрахунку багатоопорного підшипникового вузла знайти залежності, які дадуть змогу визначити розподіл навантажень, а також взаємний зсув кілець у окремому однорядному підшипнику кочення з точністю що потребується, без значних витрат часу і спеціальної комп'ютерної підготовки.

Результати досліджень: Визначення розподілу навантажень, а також взаємних зміщень кілець у окремому однорядному підшипнику кочення проводилося на підставі відомої системи рівнянь для розрахунку багатоопорного підшипникового вузла у загальному випадку його навантаження, шляхом її згортання до рівня окремого підшипника. Система рівнянь, приведена в [1], може бути використана для статичного розрахунку окремих підшипників кочення. Розглянемо декілька прикладів при

припущенні, що геометрія підшипника ідеальна, та знехтуючі згином його кілець.

1. Радіальний шариковий підшипник з зазором (натягом), навантажений радіальним зусиллям $F_r = F_y$ (вісі x і y знаходяться у площині розташування центрів шариків).

Система згаданих рівнянь приводиться до вигляду:

$$\begin{cases} \frac{F_x}{c_\delta} = \sum \sigma_{11}^{(k)} \cdot \delta_{xk}^{1,5} + \sum \sigma_{12}^{(k)} \cdot \delta_{yk}^{1,5} \\ \frac{F_y}{c_\delta} = \sum \sigma_{21}^{(k)} \cdot \delta_{xk}^{1,5} + \sum \sigma_{22}^{(k)} \cdot \delta_{yk}^{1,5} \end{cases}, \quad (1)$$

а коефіцієнти $\sigma_{ij}^{(k)}$:

$$\sigma_{11}^{(k)} = \sin^{2,5} \psi_k; \quad \sigma_{12}^{(k)} = \cos^{1,5} \psi_k \cdot \sin \psi_k; \quad \sigma_{21}^{(k)} = \cos \psi_k \cdot \sin^{1,5} \psi_k; \quad \sigma_{22}^{(k)} = \cos^{2,5} \psi_k. \quad (2)$$

Зміщення δ_{xk} , δ_{yk} розраховуються по формулах

$$\delta_{xk} = f_x - 0,5 \cdot e \cdot \operatorname{cosec} \psi_k; \quad \delta_{yk} = f_y - 0,5 \cdot e \cdot \sec \psi_k \quad (\delta_{xk} \geq 0, \delta_{yk} \geq 0). \quad (3)$$

Підставляючи відношення (2) и (3) в систему рівнянь (1), після перетворень здобуваємо, що сили $F_x = \sum_{i=1}^k P_i \cdot \sin \psi_i$; $F_y = \sum_{i=1}^k P_i \cdot \cos \psi_k$, а нормальні реакції елементів кочення дорівнюють

$$P_k = c_\delta \cdot \left[\left(f_x \cdot \sin \psi_k - \frac{e}{2} \right)^{1,5} + \left(f_y \cdot \cos \psi_k - \frac{e}{2} \right)^{1,5} \right]. \quad (4)$$

Зокрема, при нульовому зазорі $e = 0$ і при початковому положенні сепаратора $\psi_0 = 0$, враховуючи, що углова координата k -го елемента кочення

$$\psi_k = \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{Z_w} + \psi_0,$$

маємо рівняння $F_r = P_0 + 2 \cdot \sum_{i=1}^k P_i \cdot \cos \psi_i$, яке є тотожним до приведенного у роботі [2]. Цей підхід може також бути застосований і до аналізу роликових радіальних підшипників.

2. Радіально-упорний шариковий підшипник, навантажений вісьовою силою $F_a = F_z$. Умова рівноваги набуває вигляду:

$$F_z = \sum_{i=1}^k c_{\delta k} \cdot \sigma_{33}^{(k)} \cdot \delta_{zk}^{1,5}$$

або, якщо взяти до уваги, що всі елементи кочення знаходяться у рівних умовах,

$$F_z = c_{\delta} \cdot z_{\varpi} \cdot f_z^{1,5} \cdot \sin \beta \cdot \left[\frac{\cos \beta_0 - \cos \beta}{\sin(\beta - \beta_0)} \right]^{1,5}.$$

Рішення цієї задачі у трохи іншому вигляді представлено у роботі [2].

Замінюючи останній член цього рівняння на його ліміт

$$\lim_{\beta_0 \rightarrow \beta} \left[\frac{\cos \beta_0 - \cos \beta}{\sin(\beta - \beta_0)} \right]^{1,5} = \sin^{1,5} \beta, \quad (5)$$

здобуємо рівняння

$$F_z = c_{\delta} \cdot z_{\varpi} \cdot f_z^{1,5} \cdot \sin^{2,5} \beta. \quad (6)$$

Діючий кут контакту β знаходиться за співвідношенням [2]:

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \beta_0 + \delta_z (\zeta D_{\omega} \cos \beta_0)^{-1}. \quad (7)$$

Перепишемо рівняння (6) з урахуванням цього співвідношення у вигляді, зручному для застосування метода послідовних наближень,

$$f_z = \varphi(f_z) = \left(\frac{F_z}{z_{\varpi} \cdot c_{\delta}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\left[(\zeta \cdot D_{\varpi})^2 + f_z \cdot (f_z + 2 \cdot \zeta \cdot D_{\varpi} \cdot \sin \beta_0) \right]^{\frac{5}{6}}}{(f_z + \zeta \cdot D_{\varpi} \sin \beta_0)^{\frac{5}{3}}}. \quad (8)$$

Нульове наближення здобуємо при зміщенні $f_z = 0$ у правій частині. Для сходимості ітераційного процесу достатньо, щоб виконувалась наступна умова:

$$\left| d\varphi/df_z \right| < 1. \quad (9)$$

Умова (9) виконується для усіх можливих значень f_z і практично точне рішення рівняння (8) (з похибкою 0,5...1%) досягається вже у другому наближенні. Рівняння (6) дозволяє визначити вісьову жорсткість $C_a = C_{33}$ підшипника як першу похідну зусилля F_z по зміщенню f_z . З урахуванням співвідношення (7) та після перетворень здобуємо, що

$$C_{33} = 0.5 \cdot F_z \cdot \operatorname{cosec} \beta \cdot \left[\frac{5 \cdot \cos^3 \beta}{\zeta \cdot D_{\varpi} \cos \beta_0} + 3 \cdot \sqrt[3]{\sin^8 \beta \cdot (z_{\varpi} \cdot C_{\delta} / F_z)^2} \right]. \quad (10)$$

У результаті розрахунку вісьової жорсткості підшипника 36207 для двох значень сил F_z здобуті наступні величини:

$$F_z = 117,7 \text{ Н}, \quad f_z = 9,19 \text{ (9.67) мкм}, \quad C_{33} = 22160 \text{ (20950) Н/мкм};$$

$$F_z = 294,3 \text{ Н}, \quad f_z = 14,9 \text{ (16.0) мкм}, \quad C_{33} = 37210 \text{ (33140) Н/мкм}.$$

У дужках для порівняння вказані вісьові зміщення f_z , які визначались за формулами, приведеними у роботі [2], та жорсткості C_{33} , обчислені за співвідношенням [3]:

$$C_{33} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{F_a \cdot D_{\varpi} \cdot z_{\varpi}^2}}{2 \cdot (C_n + C_e)} \cdot \sin^{5/3} \beta + \frac{F_a \cdot \cos \beta \cdot \operatorname{ctg} \beta}{r_n + r_e - D_{\varpi} + \frac{C_n + C_e}{\sqrt[3]{D_{\varpi}}} \cdot \left(\frac{F_a}{z_{\varpi} \cdot \sin \beta} \right)^{2/3}},$$

де $r_{n(e)}$ - радіус кривизни жолоба зовнішнього (внутрішнього) кільця.

Зі збільшенням кута β відмінність у значеннях вісьової жорсткості, здобутих за вищенаведеною формулою і за (10), зменшується. Коли $\beta_0 = 0$, співвідношення (8) перетворюється до вигляду:

$$F_z = \zeta \cdot D_{\varpi} / \sqrt{f_z^{1,2} \cdot (z_{\varpi} \cdot C_{\delta} / F_z)^{0,8} - 1}$$

і вирішується аналогічно рівнянню (6) за допомогою ітераційного процесу.

В результаті розрахунку підшипника 6110Е при куті $\beta_0 = 0$ маємо:

$$F_z = 39.2 \text{ Н}, \quad f_z = 44 \text{ (56) мкм};$$

$$F_z = 58.9 \text{ Н}, \quad f_z = 55 \text{ (62) мкм};$$

$$F_z = 196 \text{ Н}, \quad f_z = 66 \text{ (84) мкм}.$$

Нормальне зусилля, діюче на шарик, дорівнює $P_0 = F_z / z_{\varpi} \cdot \sin \beta$.

Висновки: Залежності, отримані на підставі загальної системи рівнянь для розрахунку багатоопорного підшипникового вузла кочення, дозволяють визначити розподіл навантажень і взаємні зміщення кілець у окремих підшипниках кочення з високою точністю і без значних витрат часу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Єлізаров С.П., Конєв С.В., Артемов В.А. Визначення жорсткісних характеристик роликових підшипників при розрахунку багатоопорних вузлів кочення // Аграрний вісник Причорномор'я. – 2009. №48. – С. 52-60.
2. Ковалев М.П., Народецкий М.З. Расчет высокоточных подшипников. – М.: Машиностроение. – 1980. – 373 с.
3. Бальмонт В.В. Метод расчета осевой жесткости радиально-упорного шарикового подшипника // Известия вузов. Машиностроение. – М., 1977, – № 6. – С. 24-29.

**ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА
ОДНОРЯДНЫХ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ**

Єлізаров С.П., Савченко О.Я., Фильоник І.О.

Ключевые слова: подшипник качения, распределение усилий, радиальный подшипник, радиально-упорный подшипник, осевое перемещение кольца, угол контакта, итерационный процесс.

Резюме

Получены зависимости, дающие возможность определять смещения колец и распределение нагрузок в одиночных однорядных подшипниках качения с необходимой точностью и небольшими затратами времени.

**ENGINEERING METHOD OF SINGLE ROW
ROLLING ELEMENT BEARINGS ANALYSIS**

Yelizarov S.P., Savchenko O.J., Filynik I.O.

Keywords: rolling element bearing, load distribution, radial bearing, angular contact bearing, ring axial displacement, contact angle, iteration process.

Summary

Relationships are obtained for fast and accurate determination of rings displacements as well as a load distribution within separate single row rolling element bearings.