

УДК 629.114.2

## ТЕОРІЯ КОЛІСНОГО РУШІЯ З ГНУЧКИМ БАНДАЖЕМ І ДИНАМІКОЮ НАВАНТАЖЕННЯ ГРАВІТАЦІЙНОЮ СКЛАДОВОЮ

Л.М.Петров, канд. техн. наук.

*Одеський державний аграрний університет*

*Приведені матеріали теоретичного дослідження взаємодії колісного рушія з гнучким бандажем. Отримано рівняння траєкторії руху точок гнучкого бандажу.*

**Ключові слова:** парабола, траєкторія, бандаж, енергія, рушій.

**Вступ.** Підвищення ефективності використання колісних тракторних енергетичних засобів з високою питомою потужністю у сільськогосподарському виробництві може бути досягнуто удосконаленням конструкції колісних рушіїв. Для цього ходові системи оснащуються колесами з шинами спеціальної комплектації.

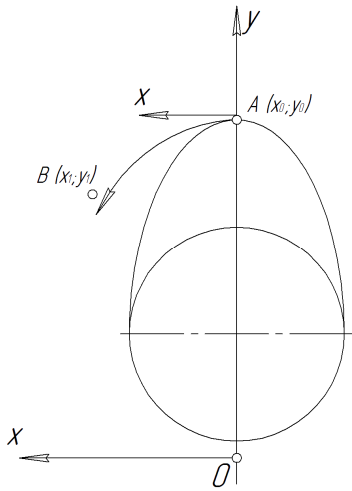
При динамічних навантаженнях трактора відбувається зміна нормальних навантажень на мости і тиску повітря в шинах, що призводить до перерозподілення крутних моментів на ведучих колесах. Тому представляє науковий і практичний інтерес встановлення закономірностей динамічного навантаження гравітаційною складовою за новою технологією шляхом використання гнучкого бандажу.

**Проблема.** В роботах [2, 3, 5, 6] для підвищення працездатності та забезпечення високого ККД тракторів пропонується застосовувати енергонасичені трактори на більш високих швидкостях і додаткових технологічних модулях. Для цього необхідно застосувати динамічне навантаження колісного рушія гравітаційною складовою за новою технологією.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** З літературних джерел [5] відомо, що колісні рушії можуть знаходитися в п'яти режимах: відомий, ведучий, гальмівний, нейтральний, вільний. Тому для автомобілів і тракторів з ведучими колесами існує  $As$ , де  $s$  – число розміщень динамічних схем. Всі схеми мають однакові теоретичні та практичні значення. Особливе значення має випадок, коли фактично всі колеса являються ведучими. Тому врахування динаміки навантаження гравітаційною складовою для підвищення ККД трактора має велике значення.

**Мета досліджень.** Встановлення закономірностей взаємодії між колісним рушієм і гнучким бандажем.

**Результати досліджень.** Визначимо траєкторію матеріальної точки гнучкого бандажа в однорідному полі сили ваги, яка проходить через точки підвісу рухомого важеля (рис.1).



**Рис.1.** Схема колісного рушія з гнучким бандажем

В однорідному полі сили ваги матеріальна точка, рухомий важіль, утримує вектор початкової швидкості  $V_0$ .

Виберемо за початок координат точку А, ось Х направимо горизонтально в сторону руху точки, а ось У – вертикально вгору.

Повна механічна енергія матеріальної точки В при її русі в однорідному полі сили тяжіння залишається постійною.

Для визначення траєкторії точки скористуємося принципом стаціонарної дії Мопертюї – Лагранжа.

Знайдемо спочатку вираз функції дії по Лагранжу:

$$W = \int_A^B 2T dt, \quad (1)$$

де  $W$  – дія по Лагранжу (визначає варіацію інтеграла);

$T$  – кінетична енергія.

Як відомо повна механічна енергія системи визначається за формулою:

$$T + \Pi = h, \quad (2)$$

де  $\Pi$  – потенційна енергія;

$h$  – механічна енергія.

Потенційна енергія точки В в однорідному консервативному полі сили ваги являється функцією висоти розташування точки В (координата У) відносно опорної поверхні:

$$\Pi = mgy \quad (3)$$

Кінетична енергія точки В на гнучкому бандажі буде визначатися за формулою:

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2, \quad (4)$$

де  $ds$  – зміна пройденого шляху точкою В.

З формули (2) встановлюємо вираз для кінетичної енергії:

$$T = h - \Pi \quad (5)$$

Тому, підставивши у вираз (5) формули (3) та (4), отримаємо остаточно для кінетичної енергії:

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = h - mgy \quad (6)$$

Звідки

$$dt = \sqrt{\frac{m}{2(h - mgy)}} ds \quad (7)$$

Підставимо знайдене значення  $dt$  у вираз (1) функції по Лагранжу

$$W = \int_A^B \sqrt{2m(h - mgy)} ds \quad (8)$$

Використаємо принцип стаціонарної дії та отримаємо:

$$\Delta \int_A^B \sqrt{2m(h - mgy)} ds = 0 \quad (9)$$

Так як  $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + y'^2} dx$ , (10)

то  $\Delta \int_A^B \sqrt{2m(h - mgy)} \cdot \sqrt{1 + y'^2} dx = 0$  (11)

З цього виразу слідує, що дійсною траєкторією точки буде крива  $y=y(x)$ , яка проходить через точки А та В. Для неї інтервал буде:

$$I|y(x)| = \int_A^B \sqrt{2m(h - mgy)} \cdot \sqrt{1 + y'^2} dx \quad (12)$$

Як видно, по зрівнянню зі значеннями, які він приймає для кривих порівняно близьких до дійсної траєкторії, він має стаціонарне значення.

Екстремум інтеграла (12) буде при умові:

$$\Delta \int_{A(x_0, y_0)}^{B(x_1, y_1)} \sqrt{h - mgy} \cdot \sqrt{1 + y'^2} dx = 0 \quad (13)$$

Як відомо, екстремум інтеграла буде для кривих  $y(x)$ , які задовольняють диференційному рівнянню Ейлера

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \cdot \frac{\partial f}{\partial y'} = 0, \quad (14)$$

в якому  $f = \sqrt{h - mgy} \cdot \sqrt{1 + y'^2}$  (15)

Визначимо значення складових в рівнянні (14):

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{mg\sqrt{1 + y'^2}}{2\sqrt{h - mgy}}, \quad \frac{\partial f}{\partial y'} = \frac{y'\sqrt{h - mgy}}{\sqrt{1 + y'^2}} \quad (16)$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\partial f}{\partial y'} \right) = -\frac{mgy'}{2\sqrt{h - mgy}} \cdot \frac{y'}{\sqrt{1 + y'^2}} + \frac{y'\sqrt{h - mgy}}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (17)$$

Підставимо ці значення в рівняння Ейлера (14) та зробимо його перетворення:

$$\frac{-mg}{\sqrt{1 + y'^2}} = \frac{2(h - mgy)}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (18)$$

З рівняння (18) отримаємо диференційне рівняння траєкторії в наступному вигляді:

$$2(h - mgy)y' + (1 + y'^2)mg = 0 \quad (19)$$

Похідна по  $x$  рівняння (19) буде мати вигляд:

$$2(h - mgy)y'' - 2mgy'y''' + 2mgy'y''' = 0 \quad (20)$$

Так як складові механічної енергії  $h - mgy \neq 0$ , то диференційне рівняння траєкторії точки В гнучкого бандажу у полі сили ваги приймає вигляд:

$$y'' = 0 \quad (21)$$

Інтегрування дозволяє знайти траєкторію руху точки В гнучкого бандажу:

$$y = ax^2 + bx + c, \quad (22)$$

яка представляє собою параболу з вертикальною віссю.

Траєкторія кожної частини гнучкого бандажу проходить через точки А( $X_0, Y_0$ ) та В( $X_1, Y_1$ ), а тому для визначення коефіцієнтів в рівнянні (22) складемо наступні два рівняння:

$$\begin{aligned} y_0 &= ax_0^2 + bx_0 + c, \\ y_1 &= ax_1^2 + bx_1 + c \end{aligned} \quad (23)$$

Знайдемо похідні  $y'$  та  $y''$ , продиференціювавши рівняння (22):

$$y' = 2ax + b; \quad y'' = 2a$$

Отримані значення  $y'$  та  $y''$  підставимо в рівняння (20) і отримаємо:

$$4a[h - mg(ax^2 + bx + c)] + mg[1 + (2ax + b)^2] = 0 \quad (24)$$

Остаточно:  $4ah - 4acmg + mg(1 + b^2) = 0$

Для точки А( $X_0, Y_0$ ) гнучкого бандажу:

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 0, \quad c = 0$$

Тому

$$4ah + mg(1 + b^2) = 0$$

Звідки

$$a = -\frac{mg(1 + b^2)}{4h} < 0 \quad (25)$$

Згідно рівняння (25) траєкторія руху гнучкого бандажу буде уявляти собою параболу з випуклістю вгору.

### Висновки.

1. Визначені траєкторії руху точок гнучкого бандажу на колісному рушії можливо за принципом стаціонарної дії Мопертюї-Лангранжа.
2. Використання цього принципу дозволяє для оцінки механічної енергії колісного рушія з гнучким бандажем застосувати поняття потенційної енергії.
3. Встановлено, що траєкторія руху гнучкого бандажу уявляє параболу з випуклістю вгору.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Бабков В.Ф. Проходимость колесных машин по грунту. -М.: Автотрансиздат, 1959-240с.
2. Генних М.Э. Сцепление автомобильного колеса с деформируемым грунтом и Проблемы повышения проходимости колесных машин. -М.: АН СССР, 1959.
3. Гуськов В.В. Оптимальные параметры сельскохозяйственных тракторов. -М.: Машиностроение, 1966-156с.

4. Гришкевич А.И. Автомобили. Теория. – Минск.: Высшая школа, 1986-342с.

5. Петров Л.М. Теорія колісного рушія для важких умов експлуатації. // Аграрний вісник Причорномор'я: зб. наук. праць.-Одеса., 2009, - №48.-С.33-40.

6. Чудаков Д.А. Основы теории тракторов и автомобилей. –М.: Издательство с-х литературы журналов и плакатов, 1986-240с.

## ТЕОРИЯ КОЛЕСНОГО ДВИЖИТЕЛЯ С ГИБКИМ БАНДАЖОМ И ДИНАМИКОЙ НАГРУЗКИ ГРАВИТАЦИОННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ

Л.Н. Петров

**Ключевые слова:** парабола, траектория, бандаж, энергия, движитель.

Резюме

*Приведены материалы теоретического исследования взаимодействия колесного движителя с гибким бандажом. Получено уравнения траектории движения точек гибкого бандажа.*

## THEORY WHEELED DRIVE WITH FLEXIBLE BANDAGE AND DYNAMICS OF GRAVITATIONAL LOAD COMPONENT

Petrov L.N.

**Keywords:** parabola, trajectory, bandage, power, propulsion device.

Summary

*The material presented theoretical studies of the interaction wheeled drive with a flexible bandage. An equation of the trajectory of the points of flexible tie.*